



Γ. Αραμπατζής

Διαγώνισμα Ιανουαρίου
27.01.2026

Ερώτηση 1: [10 + 10 + 10]

Επιλέγετε τυχαία έναν αριθμό X από το σύνολο $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ με ίσες πιθανότητες. Στη συνέχεια επιλέγετε τυχαία έναν αριθμό Y από το σύνολο $\{1, 2, \dots, X\}$ με ίσες πιθανότητες.

- α') Να βρεθεί η από κοινού συνάρτηση μάζας πιθανότητας των X και Y .
- β') Να υπολογίσετε την συνάρτηση μάζας της δεσμευμένης πιθανότητας της X δεδομένου ότι $Y = j$, για $j = 1, 2, 3, 4, 5$.
- γ') Είναι οι τυχαίες μεταβλητές X και Y ανεξάρτητες; Αιτιολογήστε χρησιμοποιώντας τον ορισμό της ανεξαρτησίας.

Ερώτηση 2: [10 + 10]

Η τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[a, b]$.

- α') Να υπολογίσετε την αθροιστική συνάρτηση κατανομής της τυχαίας μεταβλητής X .
- β') Να υπολογίσετε την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής $Y = e^X$.

Ερώτηση 3: [10 + 20]

Ένα χωριό έχει n οικογένειες με παιδιά. Ο αριθμός των οικογενειών που έχουν i παιδιά είναι n_i , για $i = 1, 2, \dots, k$. Επιλέγετε τυχαία ένα παιδί από το χωριό με έναν από τους τρόπους που περιγράφονται παρακάτω. Υπολογίστε την πιθανότητα το παιδί να είναι πρωτότοκο.

- α') Επιλέγετε ένα παιδί επιλέγοντας ομοιόμορφα από όλα τα παιδιά του χωριού.
- β') Επιλέγετε ένα παιδί επιλέγοντας πρώτα μια από τις n οικογένειες και έπειτα επιλέγοντας ένα παιδί από αυτήν.

Ερώτηση 4: [10 + 10]

Σε μια αποθήκη υπάρχουν 100 λάμπες, εκ των οποίων οι 10 είναι ελαττωματικές. Ένας υπάλληλος συσκευάζει 5 λάμπες στην τύχη για μια παραγγελία. Αμέσως μετά, ένας ποιοτικός ελεγκτής επιλέγει μία λάμπα από την αποθήκη.

- α') Υπολογίστε την πιθανότητα η λάμπα που επέλεξε ο ελεγκτής να είναι ελαττωματική.
- β') Δεδομένου ότι η λάμπα είναι ελαττωματική, υπολογίστε την πιθανότητα ο υπάλληλος να συμπεριέλαβε στην παραγγελία τουλάχιστον μία ελαττωματική λάμπα.

Πληροφορίες

- Η διάρκεια του διαγωνίσματος είναι 120 λεπτά.
- Αιτιολογήστε καθαρά τις απαντήσεις σας. Απαντήσεις χωρίς αιτιολόγηση δεν θεωρούνται σωστές.
- Λύστε τα θέματα στο πρόχειρο και παρουσιάστε τις τελικές λύσεις καθαρογραμμένες. Απαντήσεις με μουντζούρες δεν θα βαθμολογούνται.
- Δώστε συγκεντρωμένες απαντήσεις για κάθε άσκηση. Αν προχωρήσετε στην επόμενη χωρίς να έχετε ολοκληρώσει την προηγούμενη, αφήστε επαρκή κενό χώρο σε περίπτωση που θέλετε να επιστρέψετε.